

指導教員	絵来 詮西 教授	
研究指導教員	僕蛾 教絵太 准教授	
審査委員 (○印は主査)	○ 絵来 詮西 教授 <u>1 僕画 三田 教授</u> <u>2 翼 和歌蘭 教授</u> <u>3 堂藻 項模 教授</u> <u>4 僕蛾 教絵太 准教授</u>	

提出者略歴		
氏名 <small>ふりがな</small> 土木 浩二 <small>どぼく こうじ</small>	昭和 <u>(平成)</u> 1年5月20日生	
本籍 宮城	都・道 府・ <u>(県)</u>	国籍
履歴事項		
【学歴】		
平成10年4月1日	東北大学工学部	入学
平成14年3月26日	同	卒業
平成14年4月1日	東北大学大学院工学研究科博士課程前期2年の課程	入学
平成16年3月25日	同	修了
平成23年4月1日	東北大学大学院工学研究科博士課程後期3年の課程	編入学
平成26年3月26日	同	修了
【職歴】		
平成16年4月1日	何出模建設株式会社 入社	

備考 (1) 外国人留学生は、国籍を記入すること。

(2) 履歴事項は、大学入学から年次にしたがって記入すること。

修士論文

複合材料の平均的な弾塑性係数の評価と  
変形の局所化

Estimate of Average Elastoplastic Moduli of Composites and  
Localized Deformation

東北大学大学院工学研究科土木工学専攻

土木 浩二

Koji DOBOKU

2015 年 3 月

Copyright © 2015 by Koji DOBOKU

---

絵来 詮西 教授  
(主 査)

---

僕画 三田 教授

---

翼 和歌蘭 教授

---

堂藻 項模 教授

---

僕蛾 教絵太 准教授

## **ABSTRACT**

### **Estimate of Average Elastoplastic Moduli of Composites and Localized Deformation**

Koji DOBOKU

The Jaumann stress rate of the Cauchy stress is usually used to represent hypoelasticity. Since this stress rate takes into account only the effect of finite rotation; i.e. spin during motion, we here examined the effects of deformation rate terms which can be included in the definitions of the stress rates. First we have shown that the Truesdell stress rate can be defined as a rate of the 2nd Piola-Kirchhoff stress with the current state as reference; i.e. an updated Lagrangian measure.

In order to compare the characteristics of the stress rates, localization of deformation was predicted by using the Truesdell stress rate and the convected stress rate, and the results were compared with those by the Jaumann stress rate of the Cauchy stress. However, in plane strain state, the predicted stresses of incipience of the localization by the Truesdell stress rate become close to the experimental critical stresses, Also, the orientations of the localized deformation obtained by the Truesdell stress rate showed consistency with those by the infinitesimal deformation theory, when the stress levels of the localization were in practical order.

The Jaumann stress rate of the Cauchy stress is usually used to represent hypoelasticity.

Since this stress rate takes into account only the effect of finite rotation; i.e. spin during motion, we here examined the effects of deformation rate terms which can be included in the definitions of the stress rates. First we have shown that the Truesdell stress rate can be defined as a rate of the 2nd Piola-Kirchhoff stress with the current state as reference; i.e. an updated Lagrangian measure.

In order to compare the characteristics of the stress rates, localization of deformation was predicted by using the Truesdell stress rate and the convected stress rate, and the results were compared with those by the Jaumann stress rate of the Cauchy stress. However, in plane strain state, the predicted stresses of incipience of the localization by the Truesdell stress rate become close to the experimental critical stresses, Also, the orientations of the localized deformation obtained by the Truesdell stress rate showed consistency with those by the infinitesimal deformation theory, when the stress levels of the localization were in practical order.

## 謝 辞

絵来詮西教授先生にはたいへん・・・ほげほげ・・・

# 目 次

<b>1</b>	<b>まえがき</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>構成モデルと局所化条件</b>	<b>3</b>
(1)	構成モデル . . . . .	3
a)	3 次元的表现 . . . . .	3
(2)	局所化条件 . . . . .	4
a)	古典的すべり線理論 — 微小変形理論の枠組 . . . . .	4
b)	有限変形理論の枠組での条件 . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Jaumann の応力速度を用いた場合</b>	<b>6</b>
(1)	単純な応答 . . . . .	6
(2)	単純な載荷状態での応答の特徴 . . . . .	7
a)	単純せん断状態 . . . . .	7
<b>4</b>	<b>結論</b>	<b>9</b>
	<b>補遺 I 延性の評価</b>	<b>11</b>
(1)	とりあえず, まずは . . . . .	11
	<b>参考文献</b>	<b>13</b>

## 表 目 次

1	表 . . . . .	15
2	表 . . . . .	15



## 図 目 次

1	図 . . . . .	16
2	弾性体の単純せん断載荷 . . . . .	16

# 写 真 目 次

1	現場視察で利用したヘリコプター . . . . .	17
---	---------------------------	----

# 1. まえがき

延性材料の破壊前には、ストライプ様の Lüders 帯のような周期的な絞りや、マクロなすべり線のような孤立した帯といった局所化した変形が発生することが多い。このような局所変形予測には古くはすべり線理論<sup>1)</sup>がよく用いられ、塑性加工の終局強度設計等に実際に利用されてきた。地盤材料等にも拡張され、活断層上の堆積層中のすべり予測<sup>2)</sup>等にも用いられている。これに対応した近代的な理論としては、Hill による規準<sup>3)</sup>がせん断帯発生に使われる。しかし文献<sup>4)</sup>等では、先に周期的な絞りが発生するとされており、実験<sup>5)</sup>でも周期的な絞りが発生した後に孤立したせん断帯が発生している。

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し、微小ひずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった。□△を用いた材料実験を行なった結果、ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については、かなりの精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた。さらに、増分理論に拡張することにより、有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた。

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し、微小ひずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった。□△を用いた材料実験を行なった結果、ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については、かなりの精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた。さらに、増分理論に拡張することにより、有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた。

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し、微小ひずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった。□△を用いた材料実験を行なった結果、ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については、かなりの精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた。さらに、増分理論に拡張することにより、有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた。

## 2. 構成モデルと局所化条件

### (1) 構成モデル

#### a) 3 次元的表现

例として用いる構成則には地盤や岩盤も含むことができる一般的なものを用い、各材料パラメータの影響も調べる。その代表例として Rudnicki and Rice<sup>6)</sup>によるモデルを用いると、

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し、微小ひずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった。□△を用いた材料実験を行なった結果、ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については、かなりの精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた。さらに、増分理論に拡張することにより、有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた。

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し、微小ひずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった。□△を用いた材料実験を行なった結果、ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については、かなりの精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた。さらに、増分理論に拡張することにより、有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた。

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し、微小ひ

ずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった。□△を用いた材料実験を行なった結果、ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については、かなりの精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた。さらに、増分理論に拡張することにより、有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた。

## (2) 局所化条件

### a) 古典的すべり線理論 — 微小変形理論の枠組

古典的すべり線理論は、微小変形理論の枠組の剛・完全塑性体の平面ひずみ状態で、Mises の降伏条件と Prandtl-Reuss の流れ則

一方、Hill は平面ひずみの条件式を使わずに一軸状態を考え<sup>7)</sup>

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し、微小ひずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった。□△を用いた材料実験を行なった結果、ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については、かなりの精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた。さらに、増分理論に拡張することにより、有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた。

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し、微小ひずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった。□△を用いた材料実験を行なった結果、ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については、かなりの精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた。さらに、増分理論に拡張することにより、有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた。

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し、微小ひずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった。□△を用いた材料実験を行なっ

た結果，ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については，かなりの精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた．さらに，増分理論に拡張することにより，有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた．

## **b) 有限変形理論の枠組での条件**

これに対し，硬化体等のせん断帯発生を予測する理論もいくつか提案されている。その中でよく用いられるのは，均質な変形状態に発生し得る速度勾配の不連続面の発生条件<sup>8)</sup>だ。

### 3. Jaumann の応力速度を用いた場合

#### (1) 単純な応答

まず Jaumann の応力速度を用いた場合の、よく知られた結果を列挙しておく。材料パラメータは文献<sup>9),10)</sup>を参考にして Poisson 比を  $\nu = 0.3$  とし、硬化域 ( $H \geq 0$ ) でのせん断帯発生を対象とする。

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し、微小ひずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった。□△を用いた材料実験を行なった結果、ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については、かなりの精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた。さらに、増分理論に拡張することにより、有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた。

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し、微小ひずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった。□△を用いた材料実験を行なった結果、ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については、かなりの精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた。さらに、増分理論に拡張することにより、有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた。

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し、微小ひずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった。□△を用いた材料実験を行なった結果、ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については、かなりの



精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた．さらに、増分理論に拡張することにより、有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた．

## (2) 単純な載荷状態での応答の特徴

### a) 単純せん断状態

Truesdell 応力速度で構成則を定義した場合のせん断帯発生の解析をする前に、Jaumann の応力速度を用いた場合と Truesdell の応力速度を用いた場合の、その材料モデルが示す特性の違いを明らかにしておく。最初は著名な結果<sup>11)</sup>であるが、単純せん断をした場合の応答の違いである。図-2 中の小さい図にも示したように、非零の変位成分が  $u_1 = X_2 \tan \xi$  のみという単純せん断を対象とする。

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し、微小ひずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった。□△を用いた材料実験を行なった結果、ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については、かなりの精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた．さらに、増分理論に拡張することにより、有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた．

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し、微小ひずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった。□△を用いた材料実験を行なった結果、ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については、かなりの精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた．さらに、増分理論に拡張することにより、有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた．

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し、微小ひずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった。□△を用いた材料実験を行なっ

た結果，ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については，かなりの精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた．さらに，増分理論に拡張することにより，有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた．

## 4. 結論

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し、微小ひずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった。□△を用いた材料実験を行なった結果、ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については、かなりの精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた。さらに、増分理論に拡張することにより、有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた。

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し、微小ひずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった。□△を用いた材料実験を行なった結果、ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については、かなりの精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた。さらに、増分理論に拡張することにより、有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた。

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し、微小ひずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった。□△を用いた材料実験を行なった結果、ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については、かなりの精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた。さらに、増分理論に拡張することにより、有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた。

かなり基礎的かつ半解析的・数値的な検討に留まったが、構成則に Truesdell の応力速度を用いた場合、次のような特性が得られた。

- 単純せん断载荷と
- 予測される
- ただ，引張の局所化は

## 補遺 I. 延性の評価

### (1) とりあえず、まずは・・・

図 1 に示したように柔らかい介在物の導入は延性の改善を促す．ここでは，その定量的な評価を行なうために次式のような延性率  $D$  を導入した．

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し，微小ひずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった．□△を用いた材料実験を行なった結果，ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については，かなりの精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた．さらに，増分理論に拡張することにより，有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた．

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し，微小ひずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった．□△を用いた材料実験を行なった結果，ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については，かなりの精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた．さらに，増分理論に拡張することにより，有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた．

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し，微小ひずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった．□△を用いた材料実験を行なった結果，ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については，かなりの精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた．さらに，

増分理論に拡張することにより，有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた．

非均質材料の平均的な弾性挙動の予測に用いられている簡単な方法を拡張し，微小ひずみの範囲での複合材料の弾塑性挙動の把握を行なった．□△を用いた材料実験を行なった結果，ここで選んだような比較的延性を顕著に示すような材料については，かなりの精度で材料挙動を予測することが可能な構成モデルを構築することができた．さらに，増分理論に拡張することにより，有限ひずみの範囲までも無理なく拡張できた．

## 参考文献

- 1) Hill, R.: *The Mathematical Theory of Plasticity*, Oxford Classic Texts in the Physical Sciences, Clarendon Press, 1998.
- 2) 谷和夫: ジョイント要素を用いた FEM による逆断層の模型実験のシミュレーション, 地盤の破壊とひずみの局所化に関するシンポジウム発表論文集, 土質工学会, pp.215-222, 1994.
- 3) Hill, R.: Acceleration waves in solids, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.10, pp.1-16, 1962.
- 4) Hill, R. and Hutchinson, J. W.: Bifurcation phenomena in the plane tension test, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.23, pp.239-264, 1975.
- 5) Anand, L. and Spitzig, W. A.: Initiation of localized shear bands in plane strain, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.28, pp.113-128, 1980.
- 6) 寺沢直樹, 岩熊哲夫, 後藤文彦, 白戸真大: 地盤の不安定問題における変形局所化の数値予測, 応用力学論文集, 土木学会, Vol.3, pp.283-294, 2000.
- 7) Iwakuma, T. and Nemat-Nasser, S.: An analytical estimate of shear band initiation in a necked bar, *Int. J. Solids Structures*, Vol.18, pp.69-83, 1982.
- 8) Asaro, R. J.: Micromechanics of crystals and polycrystals, *Advances in Appl. Mech.*, Vol.23, pp.1-115, 1983.

- 9) Ratel, R., Kawauchi, M., Mori, T., Saiki, I., Withers, P. J. and Iwakuma, T.: Application of anisotropic inclusion theory to the deformation of Ni based single crystal superalloys: Stress-strain curves determination, *Mech. Mater.*, Vol.42, pp.237-247, 2010.
- 10) Rudnicki, J. W. and Rice, J. R.: Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.23, pp.371-394, 1975.
- 11) Nemat-Nasser, S. and Shokooh, A.: On finite plastic flows of compressible materials with internal friction, *Int. J. Solids Structures*, Vol.16, pp.495-514, 1980.
- 12) de Souza Neto, E. A., Perić, D. and Owen, D. R. J.: *Computational Methods for Plasticity: Theory and Application*, John Wiley & Sons, Inc., 2008.
- 13) Lee, E. H., Mallett, R. L. and Wertheimer, T. B.: Stress analysis for anisotropic hardening in finite-deformation plasticity, *J. Appl. Mech.*, Trans. ASME, Vol.50, pp.554-560, 1983.
- 14) 吉田輝, 後藤正司, 亀谷泰久, 龍岡文夫, 木幡行宏, 薫軍: 砂礫の平面ひずみ圧縮試験におけるせん断層の応力・変形関係, 地盤の破壊とひずみの局所化に関するシンポジウム発表論文集, 土質工学会, pp.189-196, 1994.
- 15) Nemat-Nasser, S.: *Plasticity, A Treatise on Finite Deformation of Heterogeneous Inelastic Materials*, Cambridge Monographs on Mechanics, Cambridge Univ. Press, 2005.



表-1 表

x	y
a	b
c	d

表-2 表

a   b  
c   d

【図】

図-1 図

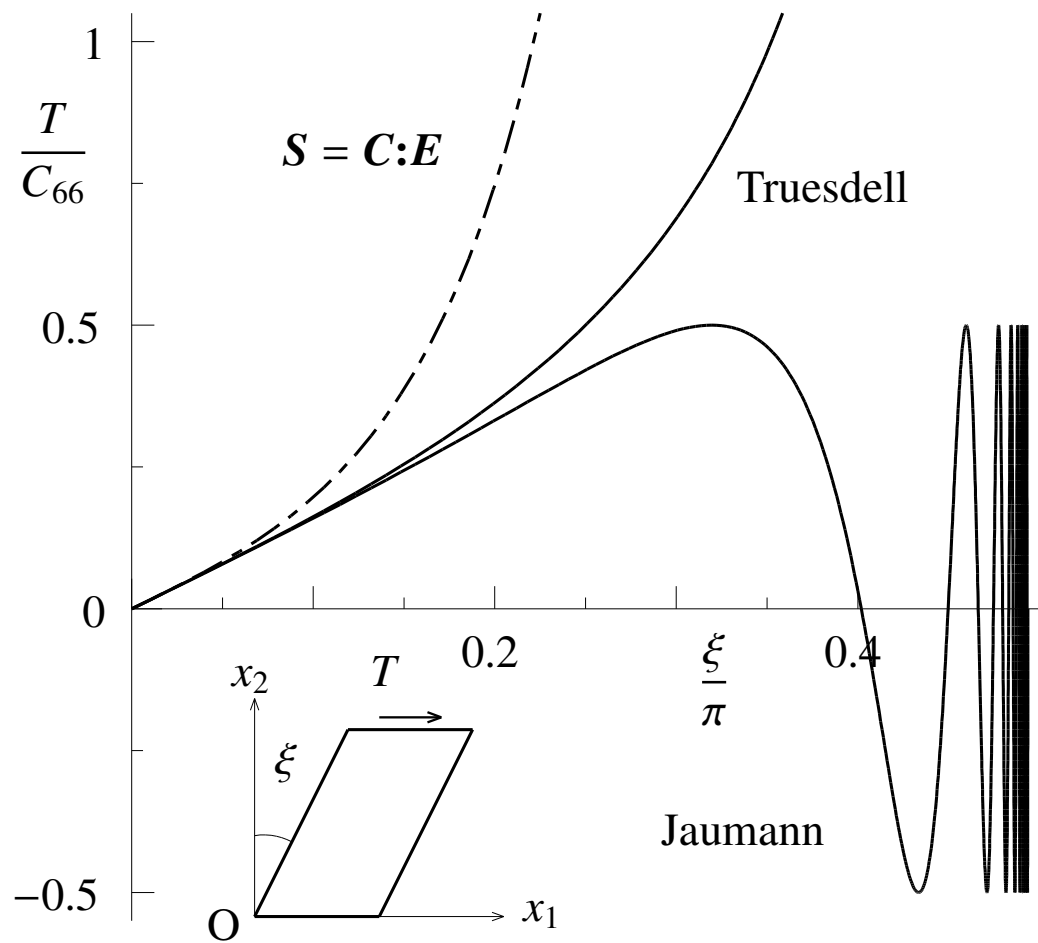


図-2 弾性体の単純せん断载荷



写真-1 現場視察で利用したヘリコプター